Homework 9

Sun Kai

5110309061

1. 用A表示取到1，用B表示取到的不是1。由于样本空间包括所有取数的序列，则易见样本空间为，而每次取数之间相互独立，所以易见。设随机变量X表示在样本空间中取到1所需要的次数（即对应的序列长度）。则

E(X)=

=

=

=

=n

所以期望时间为取n次所需的时间

另，本题符合经典的几何分布模型，所以也可直接由公式E(X)===n得到答案。

1. 设F(i)表示在{1,2,3,…,n}中取到i个互不相同的数所需要取数的次数的期望。则有下列递推关系：

化简得

解得

=

1. 不考虑大小王，则P=

考虑大小王，则P=

1. (a)若考虑顺序，则易见答案为k3。

若不考虑顺序，则不妨设三个点的大小单调递减。则

第一个骰子的点数为k时，易见有1+2+…+k=种情况

第一个骰子的点数为k-1时，易见有1+2+…+k-1=种情况

…

第一个骰子的点数为1时，易见有1=种情况

所以共有+++…+=种可能的结果

(b)P==

(c)P=

(d)P==

(e)P=

(f)

1. ∵E与F相互独立

∴

=

=

∴

=

=

=

=

=

∴与相互独立

1. (a)

(b)n=2时，P=

n=3时，P=

n=4时，P=

n=5时，P=

n=6时，P=

n=7时，P=

n>7时，由鸽笼原理，P=1

(c)n个人时有至少两人生于同一月的概率P=

∵P随着n的增大而增大

又∵n=4时，P，n=5时，P。

∴至少需要随机抽选5人

1. 由贝叶斯定理，
2. 用X=0表示事件X不发生，X=1表示事件X发生，则若各种事件组合发生概率如下表，则易见任何两事件互相独立，但ABC三个事件并不独立。

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | A=0，B=0 | A=0，B=1 | A=1，B=0 | A=1，B=1 |
| C=0 |  |  |  |  |
| C=1 |  |  |  | 0 |

1. n个事件相互独立是n个事件两两独立的充分不必要条件。设n个事件A1,A2,…,An组成的集合为W。则n个事件相互独立，当且仅当：

而n个事件两两独立，当且仅当：